

Problem 58.

निम्नलिखित बंटन से प्रमाप विचलन तथा इसका गुणांक ज्ञात करें—

Calculate standard deviation and its coefficient from the following data :

प्राप्तांक : 10—20 20—30 30—40 40—50 50—60 60—70 70—80

आवृत्ति : 6 8 15 7 3 0 1

Solution :

Marks	f	x	$d_s = \frac{x-45}{10}$	fd_s	fd_s^2
10—20	6	15	-3	-18	54
20—30	8	25	-2	-16	32
30—40	15	35	-1	-15	15
40—50	7	45	0	0	0
50—60	3	55	1	3	3
60—70	0	65	2	0	0
70—80	1	75	3	3	9
योग (Total)	$N = 40$	—	—	-43	113

$$\begin{aligned} \text{माध्य } (\bar{X}) &= A + \frac{\sum fd_s}{N} \times i = 45 + \frac{-43}{40} \times 10 \\ &= 45 - \frac{43}{4} = 45 - 10.75 = 34.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{मानक विचलन } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum fd_s^2}{N} - \left(\frac{\sum fd_s}{N}\right)^2} \times i \\ &= \sqrt{\frac{113}{40} - \left(\frac{-43}{40}\right)^2} \times 10 \\ &= \sqrt{2.825 - 1.156} \times 10 \\ &= \sqrt{1.669} \times 10 = 1.292 \times 10 = 12.92 \text{ अंक} \end{aligned}$$

$$C. V. = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{12.92}{34.25} \times 100 = 0.38 \text{ या } 38\%$$

Problem 59.

निम्नलिखित श्रेणी से प्रमाप विचलन तथा इसका गुणांक निकालें—

From the following series, calculate the standard deviation and its coefficient :

माप : 0—4 4—8 8—12 12—16 16—20

आवृत्ति : 2 4 9 7 3

Solution :

वर्ग	आवृत्ति f	मध्य-बिन्दु x	$d_s = \frac{x-10}{4}$	fd_s	fd_s^2
0—4	2	2	-2	-4	8
4—8	4	6	-1	-4	4
8—12	9	10	0	0	0
12—16	7	14	1	7	7
16—20	3	18	2	6	12
योग (Total)	$N = 25$	—	—	$\sum fd_s = 5$	$\sum fd_s^2 = 31$

$$\text{माध्य } (\bar{X}) = A + \frac{\sum fd_s}{N} \times i$$

$$= 10 + \frac{5}{25} \times 4 = 10 + 0.8 = 10.8$$

$$\begin{aligned} \text{मानक विचलन } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum fd_s^2}{N} - \left(\frac{\sum fd_s}{N}\right)^2} \times i \\ &= \sqrt{\frac{31}{25} - \left(\frac{5}{25}\right)^2} \times 4 = \sqrt{1.24 - 0.04} \times 4 \\ &= \sqrt{1.2} \times 4 = 1.095 \times 4 = 4.380 \end{aligned}$$

$$C. V. = \frac{\sigma}{X} \times 100 = \frac{4.38}{10.8} \times 100 = 40.56\%$$

Problem 60.

निम्न आँकड़ों से समान्तर माध्य, प्रमाप विचलन तथा विचरण गुणांक ज्ञात कीजिए—

Find mean, standard deviation and coefficient of variation from the following data :

आयु (वर्ष में)	0—10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60	60—70	70—80
आवृत्ति	15	15	23	22	25	10	5	10

Solution :

आयु	मध्य-बिन्दु (x)	आवृत्ति (f)	$d_s = \frac{x-35}{10}$	fd_s	fd_s^2
0—10	5	15	-3	-45	135
10—20	15	15	-2	-30	60
20—30	25	23	-1	-23	23
30—40	35	22	0	0	0
40—50	45	25	1	25	25
50—60	55	10	2	20	40
60—70	65	5	3	15	45
70—80	75	10	4	40	160
योग (Total)	—	$N = 125$	—	2	488

$$\begin{aligned} \text{समान्तर माध्य } (\bar{X}) &= A + \frac{\sum fd_s}{\sum f} \times i \\ &= 35 + \frac{2 \times 10}{125} \\ &= 35 + \frac{20}{125} = 35 + 0.16 = 35.16 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{प्रमाप विचलन } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum fd_s^2}{N} - \left(\frac{\sum fd_s}{N}\right)^2} \times i \\ &= \sqrt{\frac{488}{125} - \left(\frac{2}{125}\right)^2} \times 10 \\ &= \sqrt{3.904 - (0.016)^2} \times 10 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{3.904 - (0.16)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{3.904 - 0.0256} \times 10$$

$$= \sqrt{3.903744} \times 10$$

$$= 1.976 \times 10 = 19.76 \text{ वर्ष}$$

$$\text{विवरण गुणांक} = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{19.76}{35.16} = 0.5620 \text{ या } 56.20\%$$

Problem 61.

निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के लिए S.D. तथा C.V. की गणना कीजिए—

Calculate S.D. and C.V. for the following frequency distribution :

वर्ग	आवृत्ति
4—8	11
8—12	13
12—16	16
16—20	14
20—24	14
24—28	9
28—32	17
32—36	6
36—40	4

Solution :

Class	M.V. (x)	f	fx	d = x - X	d ²	fd ²
4—8	6	11	66	-14	196	2156
8—12	10	13	130	-10	100	1300
12—16	14	16	224	-6	36	576
16—20	18	14	252	-2	4	56
20—24	22	14	308	2	4	56
24—28	26	9	234	6	324	576
28—32	30	17	510	10	100	1700
32—36	34	6	204	14	196	1176
36—40	38	4	152	18	324	1296
योग (Total)	—	N = 104	2080	—	—	8640

$$\text{माध्य } (\bar{X}) = \frac{\sum fx}{N} = \frac{2080}{104} = 20$$

$$\text{मानक विचलन } (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}} = \sqrt{\frac{8640}{104}} = \sqrt{83.0769} = 9.1146$$

$$\text{C. V.} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{9.1146}{20} \times 100 = 45.573$$

Problem 62.

प्रमाण विचलन ज्ञात करें—

Find Standard Deviation :

वर्ग	आवृत्ति
16—20	8
21—25	15
26—30	13
31—35	20
36—40	11
41—45	7
46—50	3
51—55	2
56—60	1

Solution :

वर्ग	मध्य-बिन्दु (x)	आवृत्ति (f)	$d_s = \frac{x-38}{5}$	fd_s	fd_s^2
16—20	18	8	-4	-32	128
21—25	23	15	-3	-45	135
26—30	28	13	-2	-26	52
31—35	33	20	-1	-20	20
36—40	38	11	0	0	0
41—45	43	7	1	7	7
46—50	48	3	2	6	12
51—55	53	2	3	6	18
56—60	38	1	4	4	16
योग (Total)	—	80	—	-100	388

$$\begin{aligned}
 \text{मानक विचलन } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum fd_s^2}{N} - \left(\frac{\sum fd_s}{N}\right)^2} \times i \\
 &= \sqrt{\frac{388}{80} - \left(\frac{-100}{80}\right)^2} \times 5 \\
 &= \sqrt{4.85 - 1.5625} \times 5 \\
 &= \sqrt{3.2875} \times 5 \\
 &= 1.813 \times 5 = 9.065
 \end{aligned}$$

Problem 63.

निम्नलिखित समंक से मानक विचलन तथा इसके गुणांक ज्ञात कीजिए—

Calculate standard deviation and its coefficient from the following data :

वेतन की ऊपरी सीमा (₹)	मजदूरों की संख्या
10	12
20	30
30	65
40	107
50	157
60	202
70	222
80	230

Solution :

वर्ग	मध्य-बिन्दु (x)	(f)	$d_s = \frac{x - 35}{10}$	fd_s	fd_s^2
0—10	5	12	-3	-36	108
10—20	15	30—12 = 18	-2	-36	72
20—30	25	65—30 = 35	-1	-35	35
30—40	35	107—65 = 42	0	0	0
40—50	45	157—107 = 50	1	50	50
50—60	55	202—157 = 45	2	90	180
60—70	65	222—202 = 20	3	60	180
70—80	75	230—222 = 8	4	32	128
योग (Total)	—	230	—	125	753

$$\text{माध्य } (\bar{X}) = A + \frac{\sum fd_s}{N} \times i$$

$$= 35 + \frac{125 \times 10}{230} = 35 + 5.43 = ₹ 40.43$$

$$\begin{aligned} \text{मानक विचलन } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum fd_s^2}{N} - \left(\frac{\sum fd_s}{N}\right)^2} \times i \\ &= \sqrt{\frac{753}{230} - \left(\frac{125}{230}\right)^2} \times 10 \\ &= \sqrt{3.2739 - .2954} \times 10 \\ &= \sqrt{2.9785} \times 10 \\ &= 1.726 \times 10 = ₹ 17.26 \end{aligned}$$

$$C. V. = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{17.26}{40.43} = 0.427$$

Problem 64.

नीचे दिये गये समकों का प्रमाप विचलन ज्ञात कीजिए—

Calculate the standard deviation of the following data :

आयु (से कम) : 10 20 30 40 50 60 70 80

व्यक्तियों की संख्या : 15 30 53 75 100 110 115 125

Solution :

संचयी आवृत्ति वितरण को साधारण आवृत्ति वितरण में बदलें। पद-विचलन विधि का प्रयोग करने के लिए कल्पित माध्य 45 मानें।

वर्ग	मध्य-बिन्दु (x)	आवृत्ति (f)	$d_s = \frac{x - 35}{10}$	fd_s	fd_s^2
0—10	5	15	-3	-45	135

10—20	15	15	-2	-30	60
20—30	25	23	-1	-23	23
30—40	35	22	0	0	0
40—50	45	25	1	25	25
50—60	55	10	2	20	40
60—70	65	5	3	15	45
70—80	75	10	4	40	160
योग (Total)	—	N = 125	—	2	488

$$\begin{aligned}
\text{मानक विचलन } (\sigma) &= \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times i \\
&= \sqrt{\frac{488}{125} - \left(\frac{2}{125}\right)^2} \times 10 \\
&= \sqrt{3.904 - (0.016)^2} \times 10 \\
&= \sqrt{3.904 - 0.000256} \times 10 \\
&= \sqrt{3.903744} \times 10 \\
&= 1.976 \times 10 = 19.76 \text{ वर्ष}
\end{aligned}$$

Problem 65.

एक बाग के पेड़ों की ऊँचाई श्रेणी के रूप में नीचे दर्शायी गयी है। इसके लिए विचरण गुणांक ज्ञात कीजिए—

The heights of the trees in a garden are shown in the following series. Find coefficient of variation for this data :

ऊँचाई फुट में (से नीचे) :	7	14	21	28	35	42	49	56
पेड़ों की संख्या :	26	57	92	134	216	287	341	360

Solution :

संचयी आवृत्ति विवरण को साधारण आवृत्ति वितरण में बदलें।

वर्ग	मध्य-बिन्दु (x)	f	$d_s = \frac{x - 31.5}{5}$	fd_s	fd_s^2
0—7	3.5	26	-4	-104	416
7—14	10.5	57—26 = 31	-3	-93	279
14—21	17.5	92—57 = 35	-2	-70	140
21—28	24.5	134—92 = 42	-1	-42	42
28—35	31.5	216—134 = 82	0	0	0
35—42	38.5	287—216 = 71	1	71	71
42—49	45.5	341—287 = 54	2	108	216
49—56	52.5	360—341 = 19	3	57	171
योग (Total)	—	360	—	-73	1335

$$\text{माध्य } (\bar{X}) = A + \frac{\Sigma fd_i}{N} \times i$$

⇒

$$= 31.5 + \frac{-73 \times 7}{360}$$

$$= 31.5 - 1.42 = 30.08$$

$$\text{मानक विचलन } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fd_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd_i}{N}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{\frac{1335}{360} - \left(\frac{-73}{360}\right)^2} \times 7$$

$$= \sqrt{3.708 - 0.0411} \times 7$$

$$= \sqrt{3.6672} \times 7 = 1.915 \times 7 = 13.40$$

$$\text{विचरण गुणांक} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{13.40}{30.08} \times 100 = 44.55$$